



УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Мезоскопические суперпозиционные состояния светлых солитонов для квантовой метрологии

Д.В. Царёв, А.П. Алоджанц
Университет ИТМО

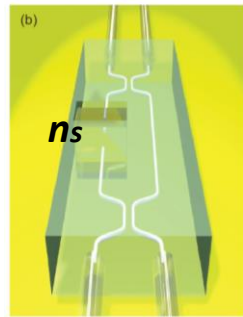
12 февраля, 2021г.

1. Квантовая метрология: цели, задачи и подходы.
2. Интерферометрия в оптике и в атомной оптике.
3. Запутанные материальные солитоны как источники мезоскопических состояний с атомами и их основные свойства
4. Проблема метрологии с диссипацией. Устойчивость солитонных состояний к потерям частиц.
5. Актуальные эксперименты с материальными солитонами
6. **Нелинейная метрология и достижение супер-Гейзенберговского предела $1/N^3$ оценки параметров на основе квантовых солитонов**

Современные сверхточные измерения

- ✓ в астрофизике, при регистрации гравитационных волн, LIGO;
- ✓ в квантовой оптике и литографии;
- ✓ в биофотонике;
- ✓ в прецизионной спектроскопии, стандартах частоты и времени;

Измерение концентрации
бычьего сывороточного
альбумина в водном
растворе



$$\frac{1}{\sqrt{2}} (|2\rangle_a |0\rangle_b + |0\rangle_a |2\rangle_b)$$

Начальное состояние

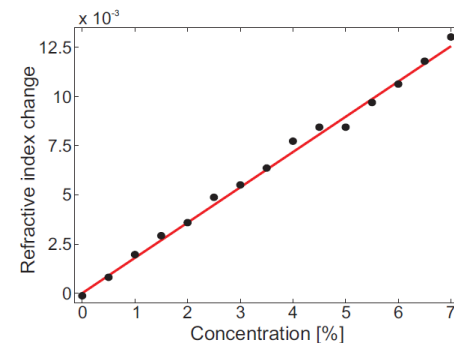
$$\Delta n_s = \frac{\lambda}{2\pi L} \phi,$$

$$L = 55 \mu\text{m}$$

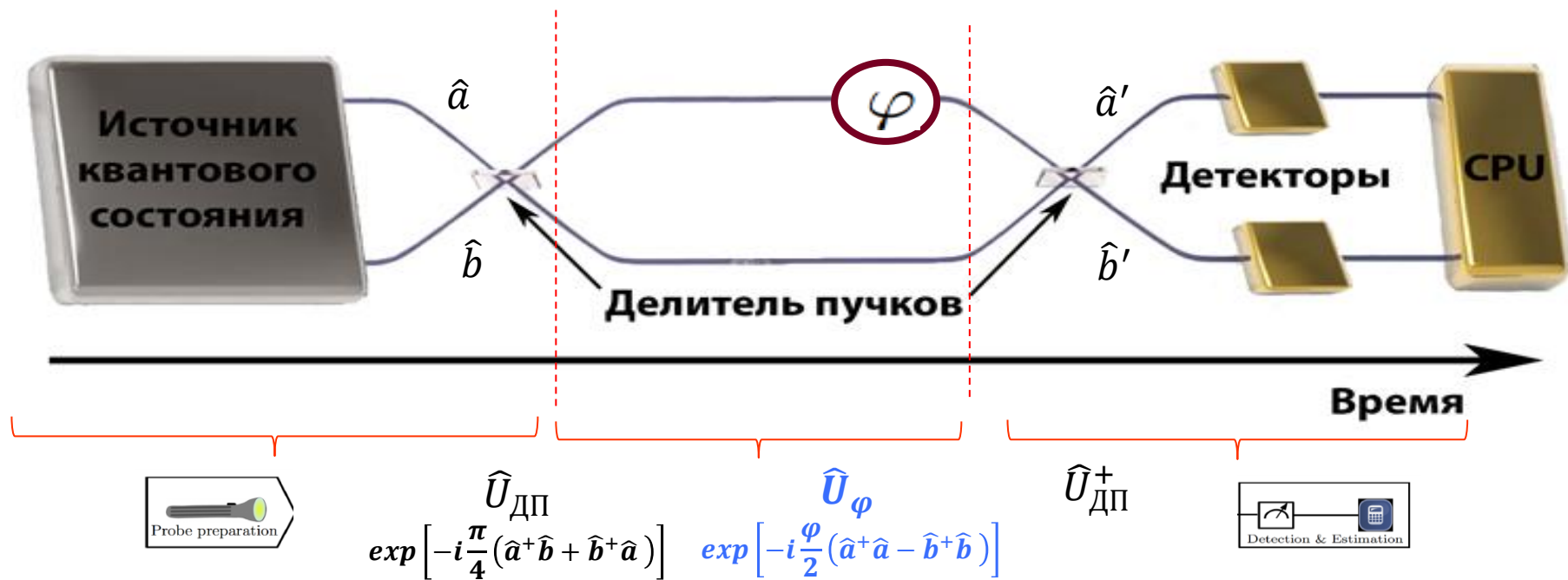
$$\lambda = 0.785 \mu\text{m}$$



J. Aasi, et al, NAT. Photonics, 7 , 2013



A. Crespi, et al, Appl. Phys. Lett. 100, 233704 (2012)



$$\hat{a}' = \hat{U}_{IMZ}\hat{a}\hat{U}_{IMZ}^+; \quad \hat{b}' = \hat{U}_{IMZ}\hat{b}\hat{U}_{IMZ}^+; \quad \hat{U}_{IMZ} = \hat{U}_{ДП}\hat{U}_{\varphi}\hat{U}_{ДП}^+$$

Измерение физических параметров сводится к прецизионному измерению разности фаз

Операторы квазиспина:

$$\hat{J}_x = \frac{1}{2} (\hat{a}^+ \hat{b} + \hat{b}^+ \hat{a})$$

$$\hat{J}_y = \frac{1}{2i} (\hat{a}^+ \hat{b} - \hat{b}^+ \hat{a})$$

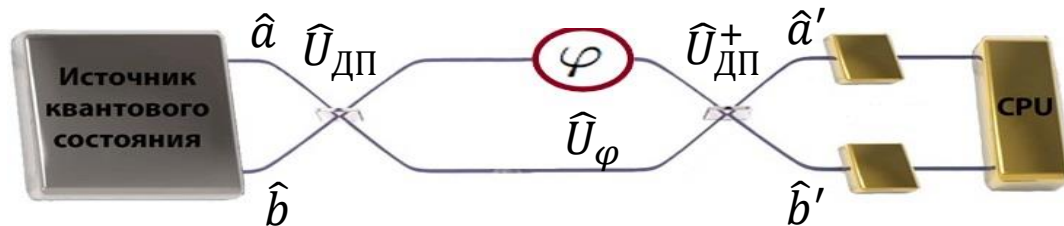
$$\hat{J}_z = \frac{1}{2} (\hat{a}^+ \hat{a} - \hat{b}^+ \hat{b})$$

$$\hat{J} = \frac{1}{2} (\hat{a}^+ \hat{a} + \hat{b}^+ \hat{b}) = \frac{N}{2}$$

SU(2) алгебра операторов:

$$[\hat{J}_x, \hat{J}_y] = i\hat{J}_z$$

$\hat{a}, \hat{b}$ – бозонные операторы уничтожения; $[\hat{a}, \hat{a}^+] = [\hat{b}, \hat{b}^+] = 1$



Преобразование в линейных элементах интерферометра эквивалентны вращению в абстрактном спиновом пространстве:

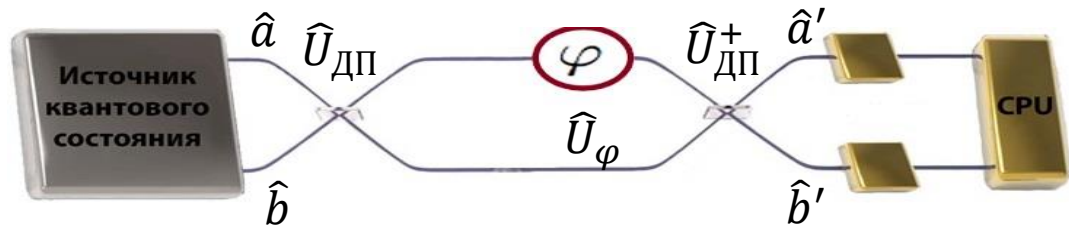
Делитель пучков

$$\hat{U}_{\text{ДП}} = \exp \left[-i \frac{\pi}{2} \hat{J}_x \right]$$

Фазовый сдвиг

$$\hat{U}_{\varphi} = \exp \left[-i \varphi \hat{J}_z \right]$$

Последовательность вращений на $\pi/2$, φ и $\pi/2$ вокруг осей X, Z и X, соответственно, приводит к вращению на φ вокруг оси Y.



$$\begin{pmatrix} \hat{J}'_x \\ \hat{J}'_y \\ \hat{J}'_z \end{pmatrix} = \hat{U}_{IMZ} \begin{pmatrix} \hat{J}_x \\ \hat{J}_y \\ \hat{J}_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos[\varphi] & 0 & \sin[\varphi] \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin[\varphi] & 0 & \cos[\varphi] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{J}_x \\ \hat{J}_y \\ \hat{J}_z \end{pmatrix}$$

$$\langle \hat{J}'_z \rangle = \cos[\varphi] \langle \hat{J}_z \rangle_{in} - \sin[\varphi] \langle \hat{J}_x \rangle_{in}$$

$$\Delta^2 J'_z = \cos^2[\varphi] \Delta^2 J_{zin} + \sin^2[\varphi] \Delta^2 J_{xin}$$

$$-2 \sin[\varphi] \cos[\varphi] \text{cov}(J_x, J_z)$$

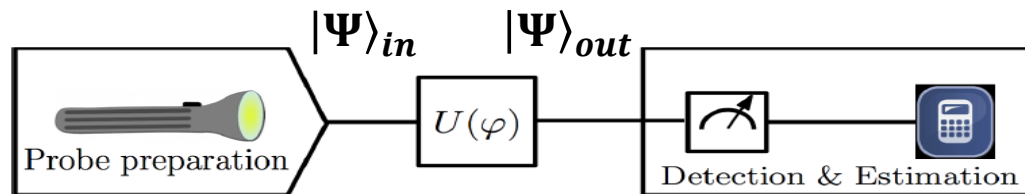
$$\text{cov}(J_x, J_z) = \frac{1}{2} \langle \hat{J}_x \hat{J}_z + \hat{J}_z \hat{J}_x \rangle - \langle \hat{J}_x \rangle \langle \hat{J}_z \rangle - \text{ковариантность.}$$

Точность оценки параметра фазы

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta J_z}{|\partial \langle \hat{J}_z \rangle / \partial \varphi|}$$

определяется флуктуациями $\hat{J}_z$

$$\Delta J_z \equiv \sqrt{\langle \psi | (\Delta \hat{J}_z)^2 | \psi \rangle_{ab}}$$



$$U(\varphi) = e^{i\varphi N}$$

N – число частиц

Предел Гейзенберга
с максимально запутанным
 $NOON$ -состоянием

$$|N\rangle_a |0\rangle_b + e^{i\varphi N} |0\rangle_a |N\rangle_b$$

$$\frac{1}{N} \leq \Delta\varphi \leq \frac{1}{\sqrt{N}}$$

Стандартный квантовый предел,
с когерентным нач. состоянием
 $|\Psi\rangle = |\alpha\rangle_A |0\rangle_B$

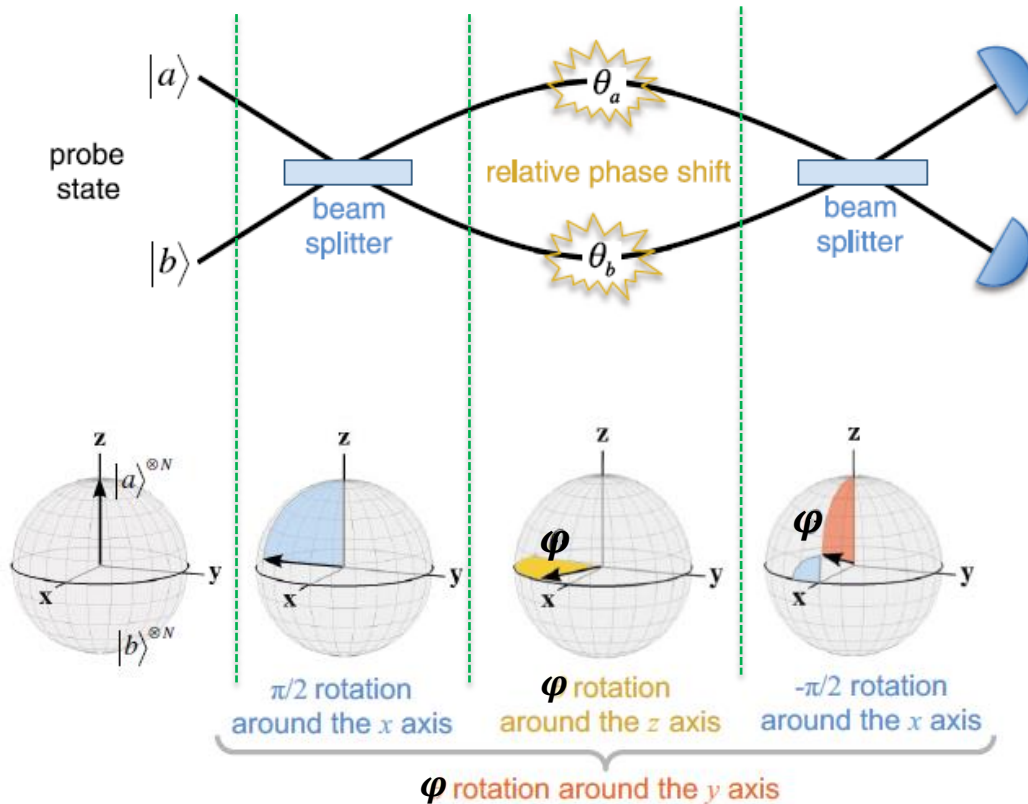
Недавние эксперименты

- ✓ Heonoh Kim et al *Three-photon NOON states generated by photon subtraction from double photon pairs* Optics Express 17, 19720 (2009)
- ✓ I. Afek et al *High-NOON States by Mixing Quantum and Classical Light* Science 328, 879 (2010)
- ✓ L. A. Rozema et al *Scalable Spatial Superresolution Using Entangled Photons* PRL 112, 223602 (2014)
- ✓ S. T Merkel, F. Kwillhelm *Generation and detection of NOON states in superconducting circuits* NJP 12, 093036 (2010)

Ключевой вопрос:

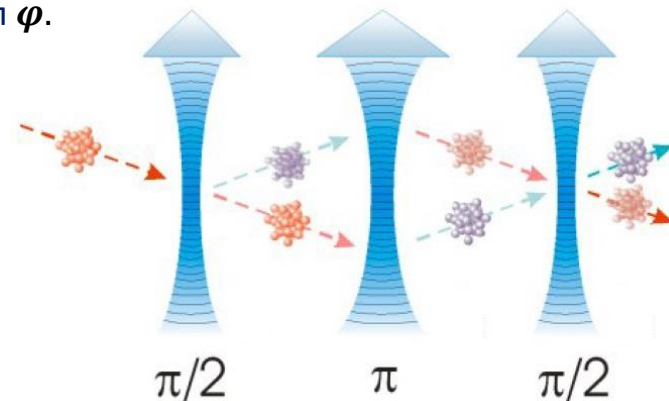
Можно ли получить состояния, подобные $NOON$, устойчивые к потерям и содержащие мезоскопическое число частиц ($N \geq 50$)?

7/25 Проблема: $NOON$ -состояния с $N > 3$ создать очень сложно!



В интерферометре МЦ две моды $|a\rangle$ и $|b\rangle$ смешиваются в делителе пучков, претерпевают фазовый сдвиг $\varphi = \theta_a - \theta_b$ и снова смешиваются в делителе пучков.

Эквивалентно можно изобразить эти процессы в черз вращение коллективного спина БЭК на сфере Блоха. Изначальное состояние $|a\rangle^{\otimes N}$ располагается в «северном полюсе» сферы. Весь процесс эквивалентен вращению радиус-вектора вокруг оси Y на угол φ .



Солитоны в квантовой теории поля

Elliott H. Lieb and Werner Liniger, Exact Analysis of an Interacting Bose Gas. I, II Physical Review 130: 1605–1624 (1963)
Faddeev, L. D., & Korepin, V. E.. Quantum theory of solitons. Physics Reports, 42(1), 1–87 (1978)

Солитоны в квантовой оптике

P. D. Drummond and S. J. Carter, "Quantum-field theory of squeezing in solitons," J. Opt. Soc. Am. B **4**, 1565 (1987).
Y. Lai and H. A. Haus, Quantum theory of solitons in optical fibers. Phys. Rev. A **40**, 844 (1989)
A. V. Belinskii and A. S. Chirkin, Quantum theory of nonlinear propagation of Schrodinger solitons: squeezed states and sub-Poisson statistics Zh. Eksp. Teor. Fiz. 98,407418 (1990)
S. R. Friberg, et al, Observation of Optical Soliton Photon-Number Squeezing," Phys. Rev. Lett. **77**, 3775 (1996).

Солитоны при взаимодействии света и вещества

Ray-Kuang Lee and Yinchieh Lai, Quantum squeezing and correlation of self-induced transparency solitons, Phys. Rev. A **80**, 033839 (2009)
T. Y. Golubeva, Yu. M. Golubev, et al. Quantum Fluctuations in a Laser Soliton. Opt. Spectrosc. **128**, 505 (2020)

Солитоны БЭК

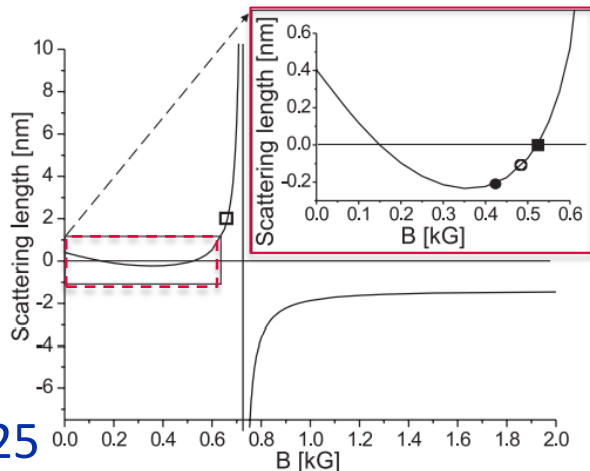
C. J. Pethick and H. Smith, Bose-Einstein Condensation in Dilute Gases, (Cambridge University, 2008)
S. Raghavan and G.P. Agrawal Switching an d self-trapping dynamics of Bose – Einstein Solitons J. Mod. Opt. **47** 1155–
 69 (2000)

Уравнение Шрёдингера

$$i \frac{\partial}{\partial t} \psi = -\frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \psi - u |\psi|^2 \psi$$

$u = 2\pi |a_{sc}| / a_0$ – атомная нелинейность
 a_{sc} – длина атом-атомного рассеяния
 a_0 – характерный размер ловушки

Резонанс Фешбаха для ^7Li



Критическое число атомов ^7Li , при котором конденсат коллапсирует

Классический светлый солитон

$$\psi(x, t) = \frac{N\sqrt{u}}{2} \text{sech} \left[\frac{uN}{2} x \right] e^{i \frac{u^2 N^2}{8} t}$$

$\psi(x, t)$ – «волновая функция» конденсата

Условие нормировки:

$$\int |\psi|^2 dx = N$$

$$uN_c \approx 4.2.$$

$$N_c |a_{sc}| \simeq 1.105 \mu\text{m}$$

$$5.2 \times 10^3$$

Число частиц мезоскопично!

- ✓ Strecker K E, et al, *Nature* 417 150–3 (2002)
- ✓ Khaykovich L, et al, *Science* 296 1290 (2002)

Квантование солитона в одномодовом приближении

Для Гауссовых пакетов БЭК

Анац решения: $\hat{\psi}(x, t) = \hat{a}(t)\Psi(x)$

$$\Psi = \frac{\nu^{1/4} \sqrt{N}}{\pi^{1/4}} e^{-\nu x^2/2} e^{i\theta}$$

Пространственная волновая функция конденсата

✓ A.S. Parkins, D.F. Walls, Physics Reports (1998)

✓ J. R. Anglin and A. Vardi, Phys. Rev. A (2001)

Гамильтониан в общем случае

$$\hat{H} = \int dx \hat{\psi}^\dagger(x, t) \left(-\frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{u}{2} \hat{\psi}^\dagger(x, t) \hat{\psi}(x, t) + U_{tr}(x) \right) \hat{\psi}(x, t)$$



$$\hat{H}_{eff} = \hbar \Omega_L \hat{N} - \hbar \Omega_2 \hat{N}^2$$

$$\hat{N} = \hat{a}^\dagger \hat{a}$$

$$\left\{ \begin{aligned} \hbar \Omega_L &= \int dx \Psi^*(x) \left(-\frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + U_{tr}(x) \right) \Psi(x), \\ \hbar \Omega_2 &= \frac{u}{2} \int dx |\Psi(x)|^4. \end{aligned} \right.$$

Анац решения

$$\psi(x, t) = \frac{N\sqrt{u}}{2} \operatorname{sech}\left[\frac{Nux}{2}\right] e^{i\frac{N^2 u^2}{8} t}$$

$$\hat{H}_{eff} = -\hbar \Omega_3 \hat{N}^3,$$

$$\hbar \Omega_3 = \frac{u^2}{24}$$

Для солитонов БЭК



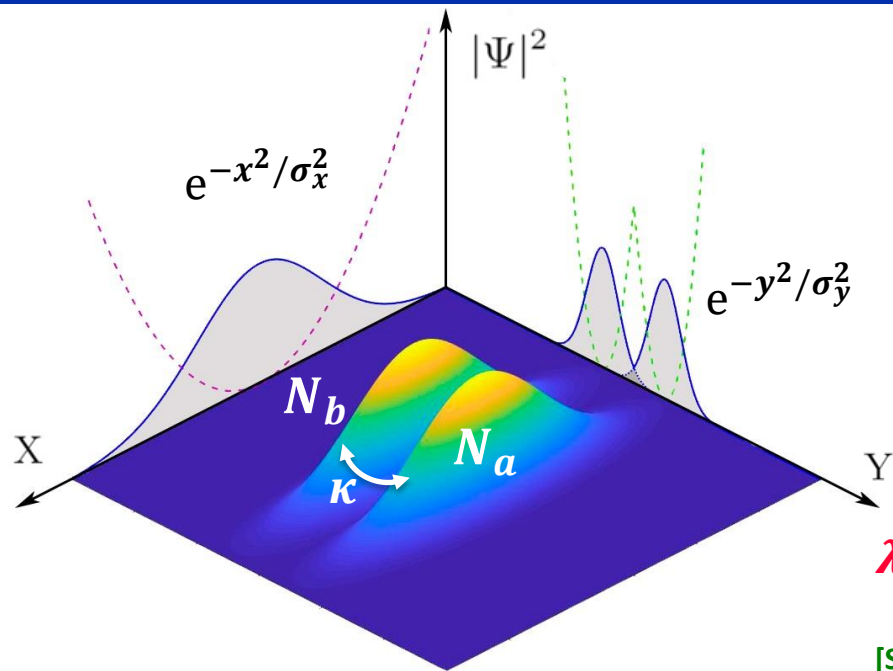
Классический Гамильтониан

$$H = \int dx \psi^*(x, t) \left(-\frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{u}{2} |\psi(x, t)|^2 \right) \psi(x, t)$$



$$H = -\frac{N^3 u^2}{24}$$

Условие применимости: характерный размер ловушки $a_0 \gg |a_{sc}| N$



Полуклассическая модель

$$H_{\text{БДК}} = \kappa N \left(-\frac{\lambda}{2} z^2 - \sqrt{1 - z^2} \cos[\theta] \right)$$

Квантовая модель

$$\hat{H}_{\text{БДК}} = \kappa N \left(-\frac{\lambda}{2} \hat{z}^2 + \frac{1}{N} (\hat{a}^\dagger \hat{b} + \hat{b}^\dagger \hat{a}) \right)$$

$$\lambda = \frac{uN}{2\kappa}$$

– основной управляющий параметр

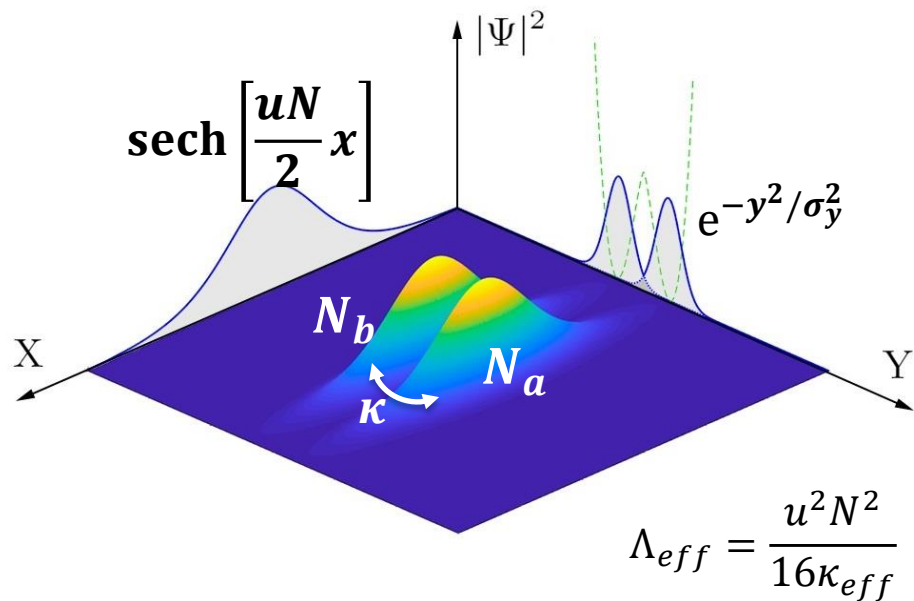
κ – скорость туннелирования

$z = (N_b - N_a)/N$ – разность населенностей

$\hat{z} = (\hat{b}^\dagger \hat{b} - \hat{a}^\dagger \hat{a})/N$ – оператор разности числа частиц

[Smerzi A. et al. Physical Review Letters (1997) 79 4950; Mazzeella G. et al. Physical Review A (2011) 83 053607;

Haigh T J, Ferris A J, Olsen M K Optics Communications (2010) 283 3540]



Полуклассическая модель

$$H_{\text{СДК}} = \kappa_{eff} N \left(-\frac{\Lambda_{eff}}{2} z^2 - \sqrt{1 - z^2} \cos[\theta] \right)$$

$$\kappa_{eff} = \kappa (1 - 0.21 z^2) \sqrt{1 - z^2}$$

эффективная скорость туннелирования

$$\Lambda \equiv \frac{u^2 N^2}{16 \kappa}$$

– основной управляющий параметр

Self-tuning effect

Для $z^2 \ll 1$ $\longrightarrow$ $\kappa_{eff} \approx \kappa$ и $\Lambda_{eff} \approx \Lambda$ – аналогично гауссовым БЭК

Для $z^2 \rightarrow 1$ $\longrightarrow$ $\kappa_{eff} \rightarrow 0$ и $\Lambda_{eff} \rightarrow \infty$ – **туннелирование заблокировано!**

Полуклассический СДК-Гамильтониан

$$H_{\text{СДК}} = -\frac{\Lambda}{2}z^2 - (1 - 0.21z^2) \left(\sqrt{1 - z^2} \cos[\theta] \right) \sqrt{1 - z^2}$$

Квантование G. Paraoanu, S. Kohler, F. Sols, A. Leggett *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* 34 4689 (2001)

$$\sqrt{1 - z^2} \cos[\theta] \quad \rightarrow \quad \frac{1}{N} (\hat{a}^+ \hat{b} + b^+ \hat{a})$$

где $\hat{a} = \sqrt{\frac{N}{2}} \sqrt{1 - \hat{z}} e^{i\hat{\theta}/2}$ и $\hat{b} = \sqrt{\frac{N}{2}} \sqrt{1 + \hat{z}} e^{-i\hat{\theta}/2}$ – операторы уничтожения бозонных полей

Квантовый СДК-Гамильтониан

$$\hat{H}_{\text{СДК}} = \kappa N \left(-\frac{\Lambda}{2} \hat{z}^2 - \frac{1}{2N} \left(\sum_{k=0}^{\infty} \binom{k}{1/2} (-1)^k (1 - 0.21 \hat{z}^2) (\hat{b}^+ \hat{b} - \hat{a}^+ \hat{a}) \hat{z}^{k2} + \text{э.с.} \right) \right)$$

$\hat{z} = \frac{1}{N} (\hat{b}^+ \hat{b} - \hat{a}^+ \hat{a})$ – оператор разности числа частиц

$\sqrt{1 - \hat{z}^2} = \sum_{k=0}^{\infty} \binom{k}{1/2} (-1)^k \hat{z}^{2k}$ – формальное разложение радикала в ряд

Ground state in the Fock basis:

Where $\sum_{n=0}^N |A_n|^2 = 1$

Coefficients A_n may be find from solution of Schrodinger equation

$$|\Psi\rangle = \sum_{n=0}^N A_n |n\rangle_1 |N-n\rangle_2$$



$$i \frac{dA_n(\tau)}{d\tau} = \langle N-n, n | \hat{H} | \Psi(\tau) \rangle$$

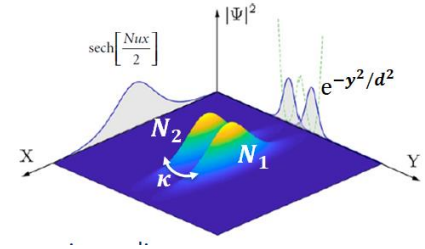


$$i\dot{A}_n = a_n A_{n+1} + \beta_{n-1} A_{n-1}$$



$$\alpha_n = -\frac{\Lambda}{2} \left(\frac{2n}{N} - 1 \right)^2,$$

$$\begin{aligned} \beta_n = & -\frac{1}{N^2} \left(\left[1 - 0.21 \left(\frac{2n}{N} - 1 \right)^2 \right] (n+1) \sqrt{(N-n)(N-n-1)} \right. \\ & \left. + \left[1 - 0.21 \left(\frac{2(n+1)}{N} - 1 \right)^2 \right] (N-n) \sqrt{n(n+1)} \right) \end{aligned}$$



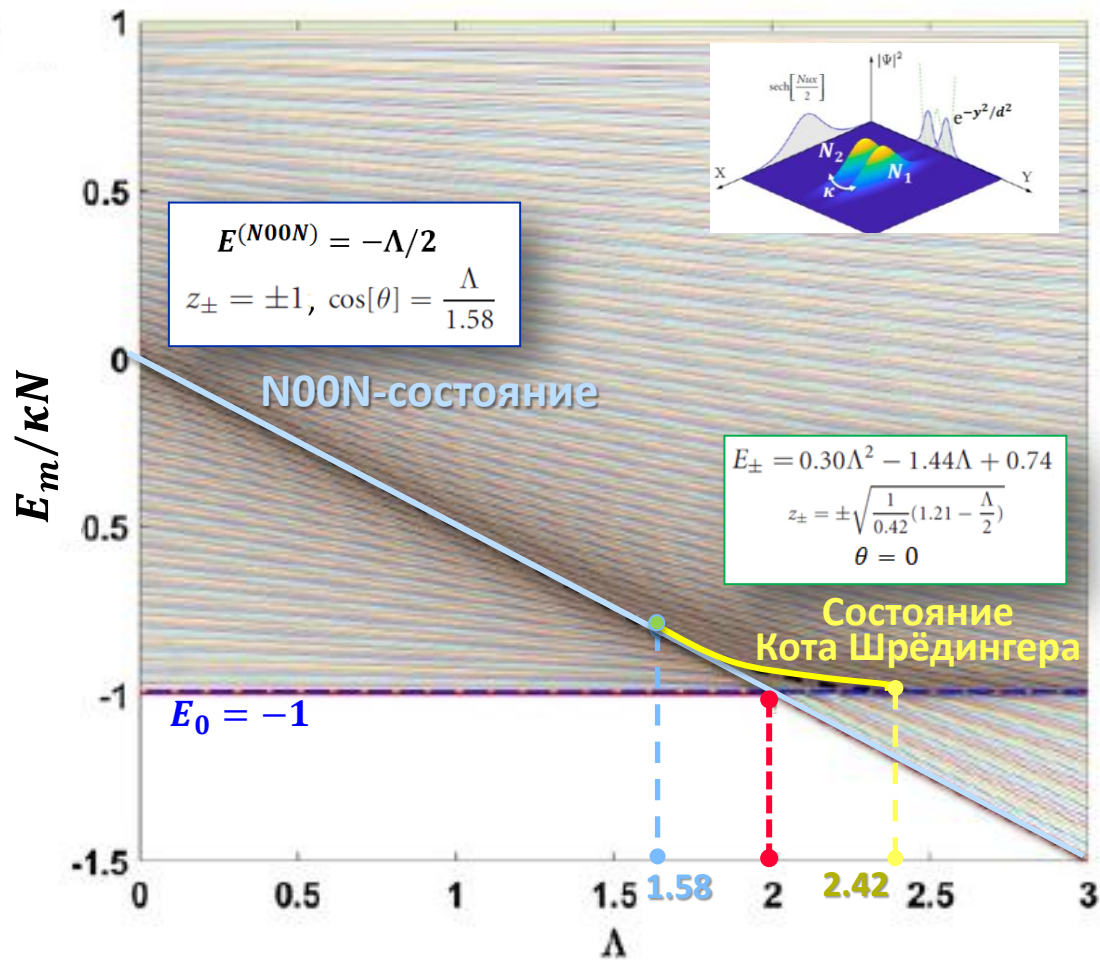
D V Tsarev, A P Alodjants, T.V. Ngo and Ray-Kuang Lee, *Mesoscopic quantum superposition states of weakly-coupled matter-wave solitons*, **New J. of Physics**. V. 22. P. 113016 (2020)

Собственные энергии
Гамильтониана СДК, $E_m/\kappa N$, при
разных Λ ; $N = 300$ частиц

$$|\text{Cat-state}\rangle \simeq \left| \begin{array}{cc} \text{sech}\left[\frac{Nax}{2}\right] & e^{-y^2/d^2} \\ N_a & N_b \end{array} \right\rangle + \left| \begin{array}{cc} & \\ N_b & N_a \end{array} \right\rangle$$

$$|\text{NOON-state}\rangle \simeq \left| \begin{array}{cc} & \\ N & 0 \end{array} \right\rangle + \left| \begin{array}{cc} & \\ 0 & N \end{array} \right\rangle$$

D V Tsarev, A P Alodjants, T.V. Ngo and Ray-Kuang Lee,
New J. of Physics. V. 22. P. 113016 (2020)





Основное состояние в фоковском базисе:

$$|\Psi\rangle = \sum_{n=0}^N A_n |n\rangle_a |N-n\rangle_b; \quad \sum_{n=0}^N |A_n|^2 = 1$$

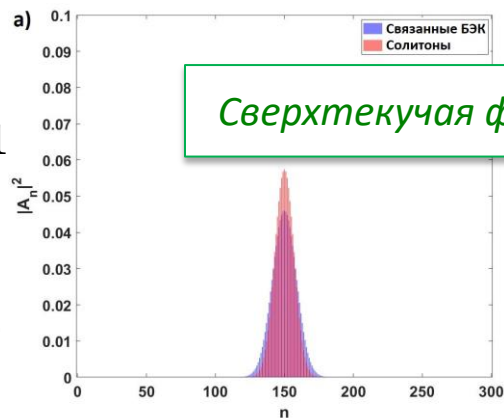
$$E_0 \sum_{n=0}^N A_n |n\rangle_a |N-n\rangle_b = \sum_{n=0}^N A_n \hat{H} |n\rangle_a |N-n\rangle_b$$

a) $\Lambda, \lambda \approx 0$;

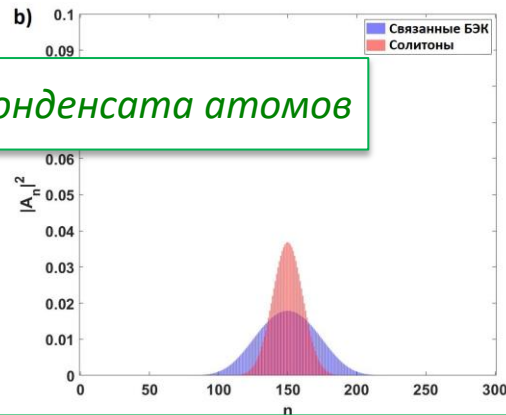
b) $\Lambda = 2, \lambda = 1$;

c) $\Lambda \approx 2.009925, \lambda = 1.06$;

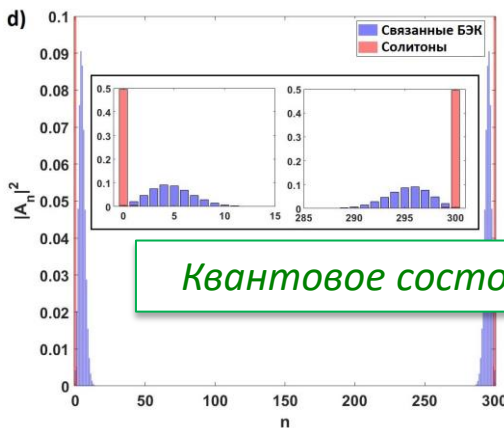
d) $\Lambda, \lambda = 4$



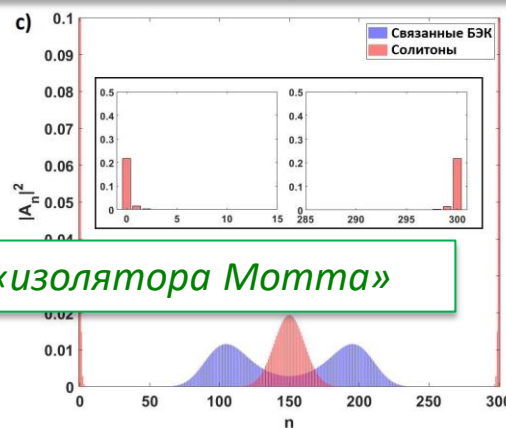
Сверхтекучая фаза конденсата атомов



Квантовый фазовый переход

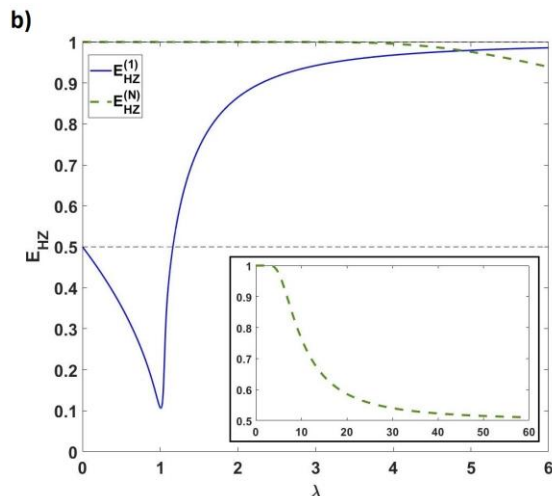
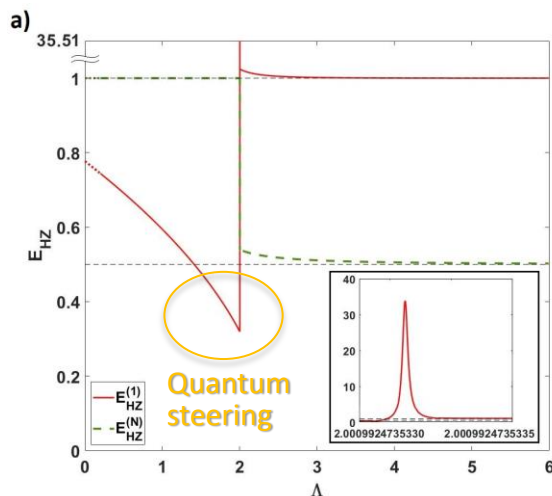


Квантовое состояние «изолятора Мотта»



Критерий запутанности Хиллари-Зубайри m -го порядка: $0 \leq E_{HZ}^{(m)} < 1$

$$E_{HZ}^{(m)} = 1 + \frac{\left\langle (\hat{a}^+)^m (\hat{a})^m (\hat{b}^+)^m (\hat{b})^m \right\rangle - \left| \left\langle (\hat{a}^+)^m (\hat{b})^m \right\rangle \right|^2}{\left\langle (\hat{a}^+)^m (\hat{a})^m \left((\hat{b})^m (\hat{b}^+)^m - (\hat{b}^+)^m (\hat{b})^m \right) \right\rangle}$$



$$E_{HZ}^{(1)} = 1 + \frac{\langle \hat{a}^+ \hat{a} \hat{b}^+ \hat{b} \rangle - |\langle \hat{a}^+ \hat{b} \rangle|^2}{N/2}$$

$$E_{HZ}^{(N)} = 1 - |A_N|^2$$

He Q Y, Peng S G, Drummond P D, and Reid M D 2011 *Phys. Rev. A* 84 022107

H. M. Wiseman, S. J. Jones, and A. C. Doherty *Phys. Rev. Lett.* 98, 140402

Определение G. Vitagliano, et al, PRA 97, 020301(R) (2018)

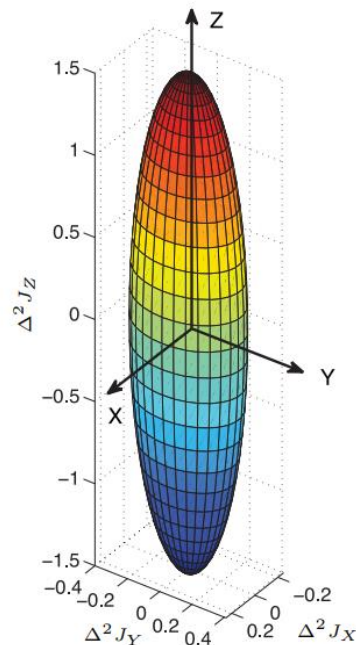
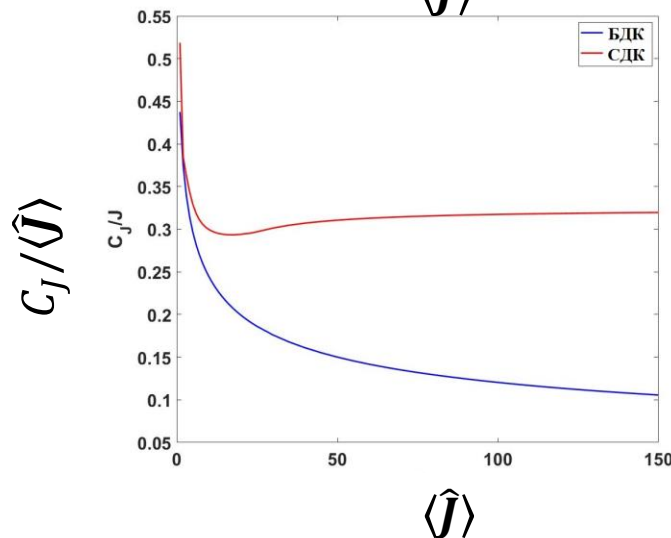
$$\xi_{\parallel}^2 := \frac{(\Delta J_{\parallel})^2}{|\langle J_{\parallel} \rangle|},$$

$$\langle J \rangle = \frac{1}{N}$$

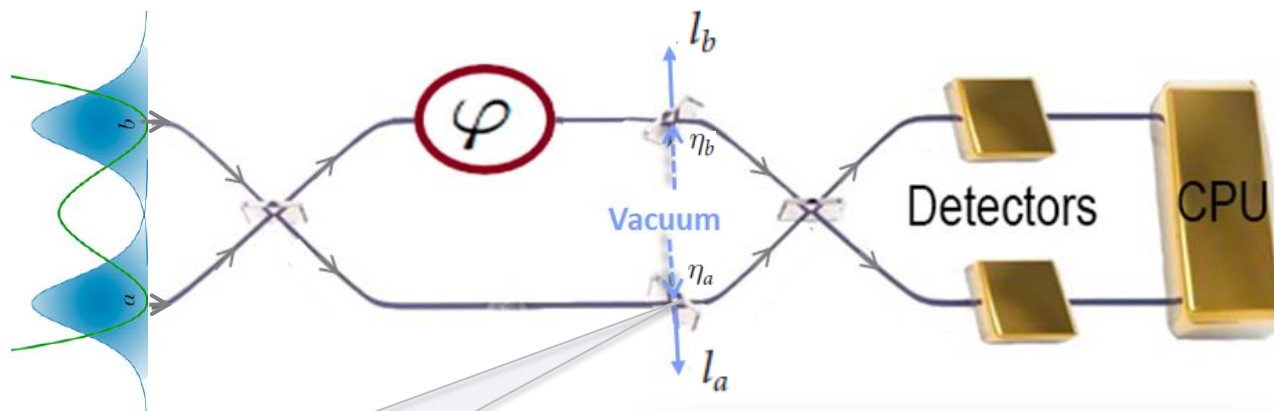
$$C_J^{\text{БДК}} \propto 0.6 \langle J \rangle^{-\frac{1}{3}} \approx 0.76 N^{-\frac{1}{3}}$$

Зависимость $C_J^{\text{СДК}}$ от $\langle J \rangle$
получена численно как
минимум $E_{HZ}^{(1)}$ для заданного
 $\langle J \rangle$ и всех возможных Λ

$$E_{HZ}^{(1)} = \frac{\Delta^2 J_X + \Delta^2 J_Y}{\langle \hat{J} \rangle} \geq C_J$$



Fictitious Beam Splitters method



$$\hat{a}_{out} = \sqrt{\eta} \hat{a}_{in} + \sqrt{1 - \eta} \hat{c}_{in}$$

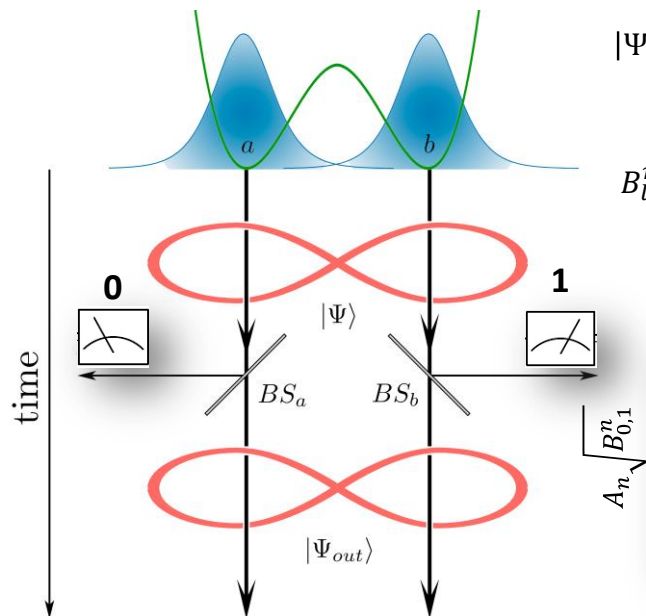
$$0 \leq \eta \leq 1$$

$\hat{c}_{in}$ is in vacuum state and characterizes coupling with environment

η is transmissivity of fictitious BS in the channel

- Gardiner C and Zoller P 2000 *Quantum Noise* (Berlin: Springer)
- U. Dörner, et al, PRL 102, 040403 (2009)
- A A Semenov et al J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. 39 905 (2006)

Схема приготовления условного состояния



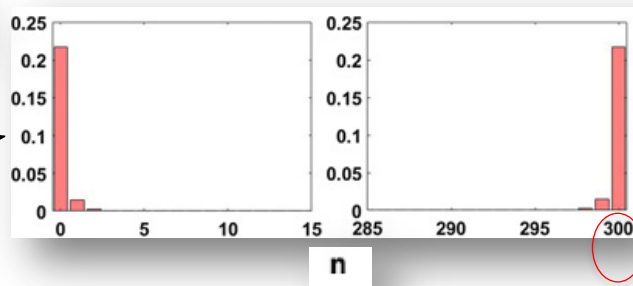
Условное состояние

$$|\Psi\rangle = \sum_{n=0}^N A_n |n\rangle_a |N-n\rangle_b$$

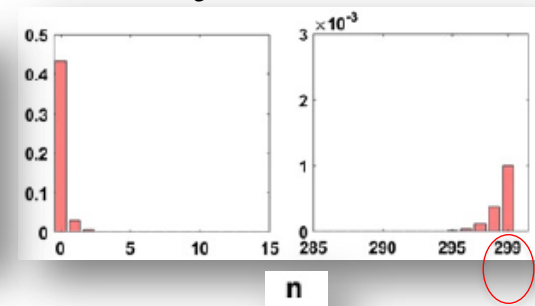
$$|\Psi_{out}\rangle = \sum_{l_b=0}^N \sum_{l_a=0}^{N-l_b} \sum_{n=l_b}^{N-l_a} A_n \sqrt{B_{l_a, l_b}^n} |N-n-l_a\rangle_a |n-l_b\rangle_b$$

$$B_{l_a, l_b}^n = \binom{N-n}{l_a} \binom{n}{l_b} \eta_a^{N-n} (\eta_a^{-1} - 1)^{l_a} \eta_b^n (\eta_b^{-1} - 1)^{l_b}$$

$$N = 300; \quad \eta_a = \eta_b = 0.999; \quad \Lambda = \Lambda_c \approx 2.0009925$$



До измерения



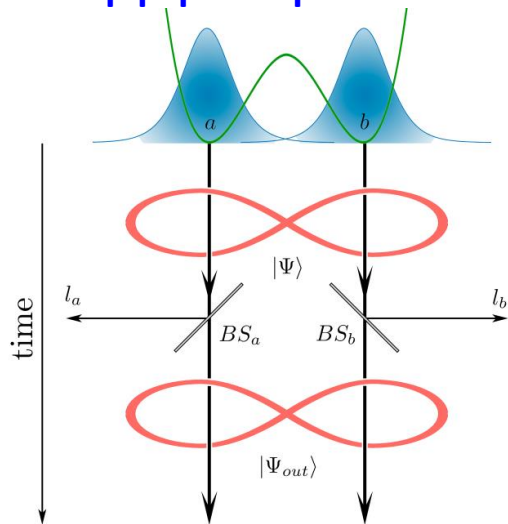
После измерения

Суперпозиция состояний Фока:

$$|\Psi_{out}^{(1,0)}\rangle = \sum_{n=0}^{N-1} A_n \sqrt{N-n} \sqrt{\eta^{N-1}(1-\eta)} |N-n-1\rangle_a |n\rangle_b$$

Населенность меньше в $\sqrt{N}$ раз

Моделирование потерь в интерферометре



$$\eta_a = \eta_b \equiv \eta \quad \Lambda = \Lambda_c \approx 2.003007086$$

$$\Delta\varphi \simeq \frac{1}{\sqrt{\Delta^2 J_z}} = \frac{1}{\sqrt{N(1 + \eta(N\eta - 1))}}$$

Состояние

$$|\Psi_{out}\rangle = \sum_{n_a=0}^N \sum_{n_b=0}^N c_{n_a, n_b} |n_a, n_b\rangle; \quad c_{n_a, n_b} = \sum_{n=n_b}^{N-n_a} A_n \sqrt{B_{N-n-n_a, n-n_b}^n}$$

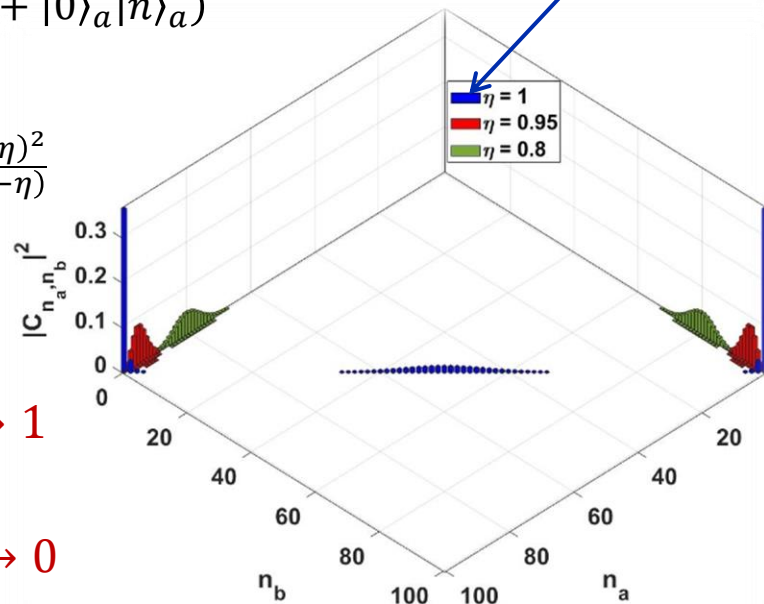


$$|\Psi_{out}\rangle = \sum_{n=0}^N \sqrt{\alpha_n} (|n\rangle_a |0\rangle_a + |0\rangle_a |n\rangle_a)$$

$$\alpha_n \approx \frac{1}{2\sqrt{2\pi N(1-\eta)}} e^{-\frac{(n-N\eta)^2}{2N(1-\eta)}}$$

$$\begin{aligned} &\rightarrow \frac{1}{N} \text{ при } \eta \rightarrow 1 \\ &\rightarrow \frac{1}{\sqrt{N}} \text{ при } \eta \rightarrow 0 \end{aligned}$$

Нет потерь

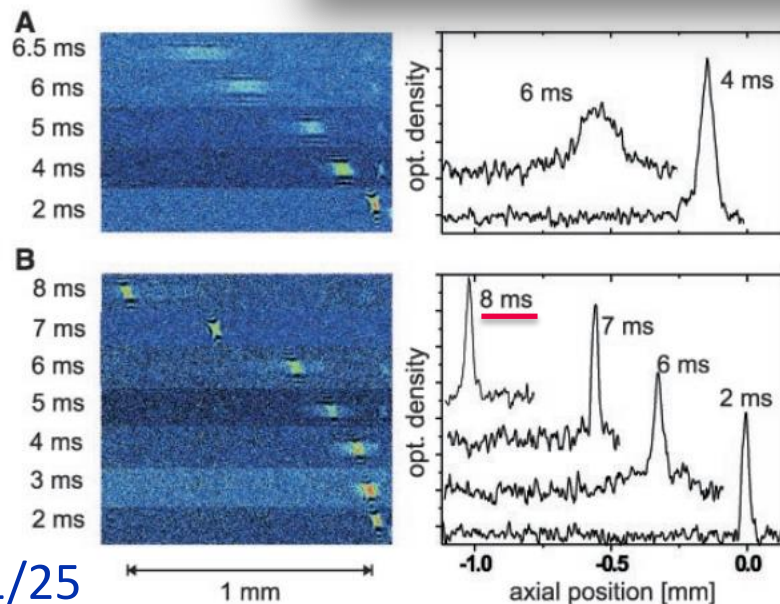


- Одночастичные потери (экспоненциальный распад)
- Трёхчастичные потери (не экспоненциальный распад)

$$\gamma_1 = 0.200 \text{ c}^{-1}$$

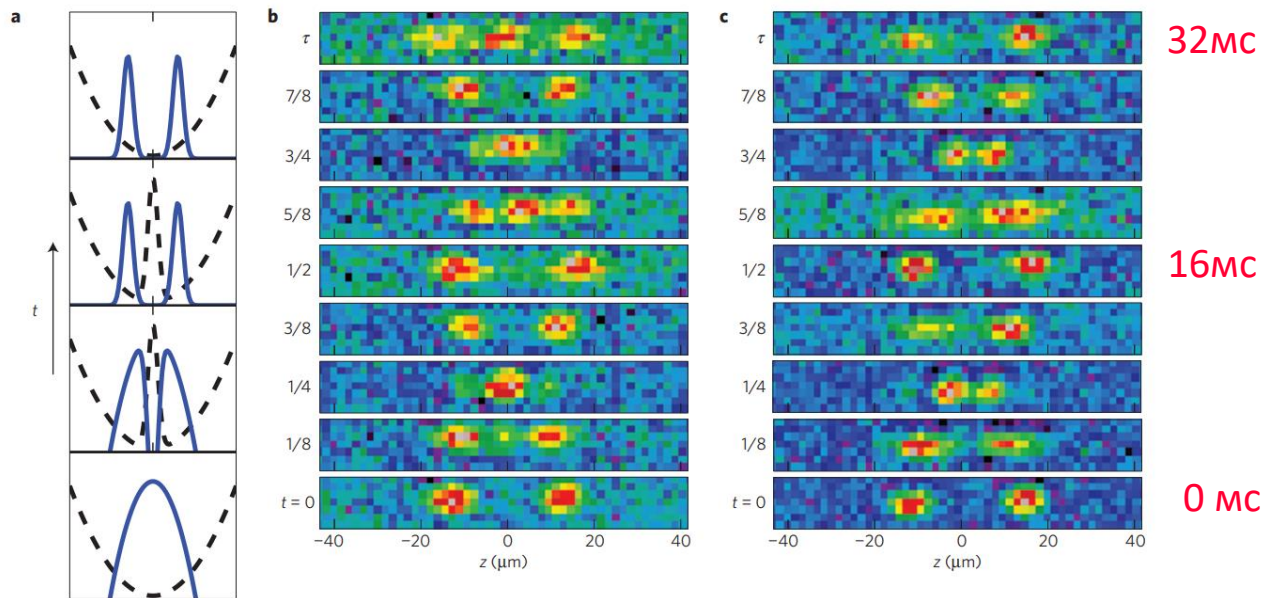
$$\gamma_3 = 0.052 \text{ c}^{-1}$$

В современных экспериментах выполняется условие $\gamma_{1,3}\tau \ll 1$



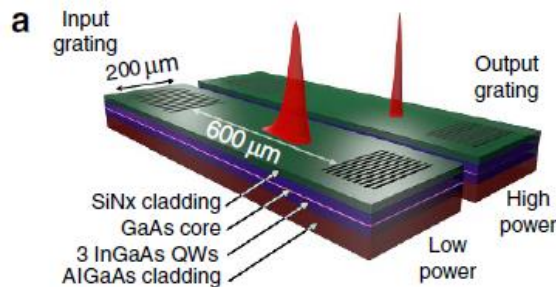
Картины поглощения через некоторое время после выключения потенциального барьера. Распространение идеального БЭК (А) и солитона (В) в горизонтальном одномерном волноводе в присутствии выталкивающего потенциала. Можно видеть, что солитон распространяется без дисперсии более чем на 1.1 мм. Соответствующие вертикальные профили усреднены.

Схема эксперимента и изображение столкновений, зависящих от фазы солитонов



a) С помощью потенциального барьера формируется пара солитонов. **b-c)** Барьер отключается, солитоны эволюционируют, ускоряясь в направлении центра ловушки и сталкиваясь друг с другом через четверть периода $\tau/4$ ($\tau = 2\pi/\omega_z = 32\text{ms}$). Пик плотности в центре масс свидетельствует о синфазном ($\theta = 0$) или противофазном ($\theta = \pi$) столкновении для (c) и (b), соответственно.

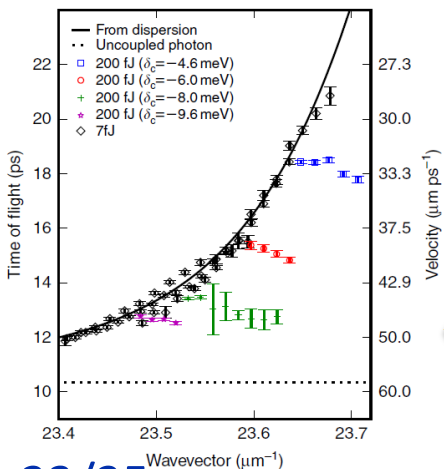
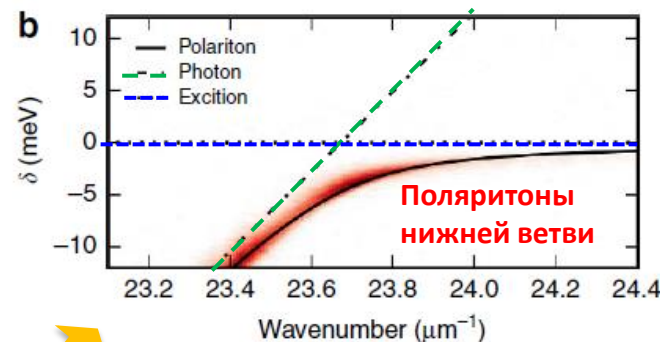
Экситон поляритонные солитоны в волноводах [P.M. Walker, et al, Nat.com.6, 2015]



Сильное взаимодействие!

$$\gamma \ll \Omega_R$$

$$\gamma = 44.3 \text{ мкэВ}, \Omega_R = 4.5 \text{ мэВ}$$



(a) Схема волновода (один и тот же волновод изображен с оптическими импульсами в условиях слабого и сильного возбуждений). (b) Спектр фотолюминисценции демонстрирует эмиссию поляритонов нижней ветви (красным цветом).

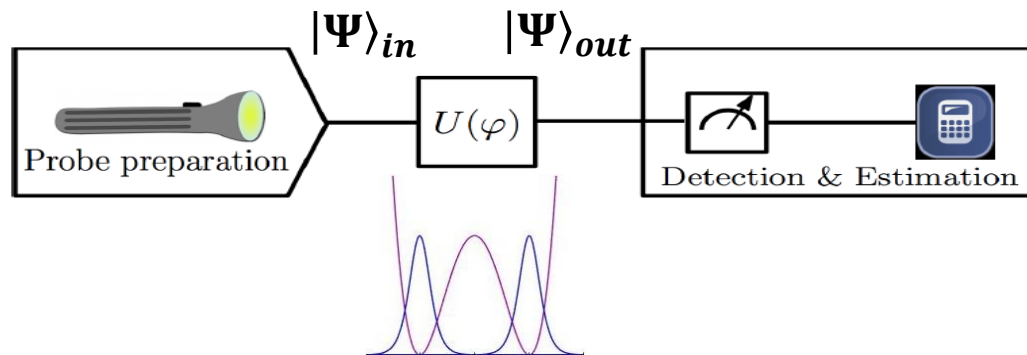
Измеренное время пролёта компонент импульса с различными волновыми векторами при малой (чёрные ромбы) и сильной (цветные символы) мощности излучения, а также время пролёта, извлеченное из кривизны поляритонной дисперсии (сплошная кривая)

Коэффициент преломления $n_2 = -1.6 \times 10^{-14} \text{ м}^2 \text{ ВТ}^{-1}$ на три порядка больше, чем в плоских AlGaAs волноводах в режиме слабой связи.

- Впервые предложена концепция использования квантовых светлых солитонов с мезоскопическим числом частиц для задач квантовой метрологии.
- Предложена система солитонных Джозефсоновских контактов (СДК), которые позволяют приготавливать запутанные фоковские состояния для оценки физических (фазовых) параметров вплоть до предела Гейзенберга $1/N$ по числу частиц.
- Выявлено, что при экспериментально реализуемых условиях в системе СДК могут формироваться максимально запутанные $N00N$ -состояния.
- Выявлена устойчивость предложенные квантовых состояний относительно потерь небольшого числа частиц .

Статьи:

- ✓ **D.V. Tsarev , A.P. Alodjants, T.V. Ngo, Ray-Kuang Lee** *Mesoscopic quantum superposition states of weakly-coupled matter-wave solitons* **New J. Phys.**, 22, 113016 (2020)
- ✓ **Д.В. Царёв, Т.В. Нго, А.П. Алоджанц** *Запутанные состояния материальных солитонов для квантовой метрологии* **Известия Российской Академии наук. Серия физическая**, 84, 332 (2020)
- ✓ **D.V. Tsarev , T.V. Ngo, Ray-Kuang Lee, A.P. Alodjants** *Nonlinear quantum metrology with moving matter-wave solitons* **New J. Phys.**, 21, 083041 (2019)
- ✓ **D.V. Tsarev , S.M. Arakelian, You-Lin Chuang, Ray-Kuang Lee, A.P. Alodjants** *Quantum metrology beyond Heisenberg limit with entangled matter wave solitons* **Optics Express**, 26, 19583 (2018)



$$U(\varphi) = e^{i\varphi N^m}$$

φ – нелинейный набег фазы на одну частицу

Супер-Гейзенберговский
Предел с максимально
запутанными состояниями

$$\frac{1}{N^m} \leq \Delta\varphi \leq \frac{1}{N^{m-1/2}}$$

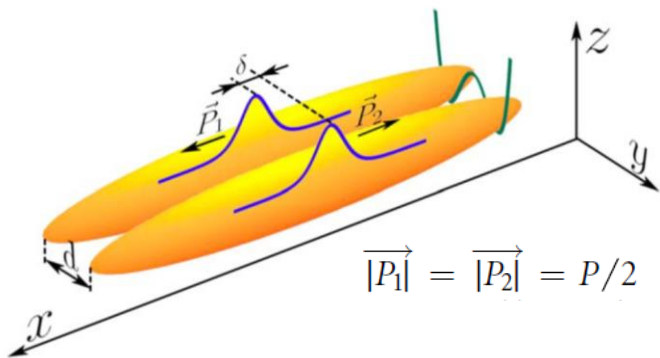
Квантовый предел с двухмодовым
когерентным нач. состоянием

Некоторые ссылки

- Sergio Boixo et al *Generalized Limits for Single-Parameter Quantum Estimation* PRL **98**, 090401 (2007)
- M. Napolitano et al *Interaction-based quantum metrology showing scaling beyond the Heisenberg limit* Nature **471**, 486 (2011)

Nonlinear Metrology with solitons: Results

Scheme for counterpropagating solitons



Superposition ***NOON***-state:

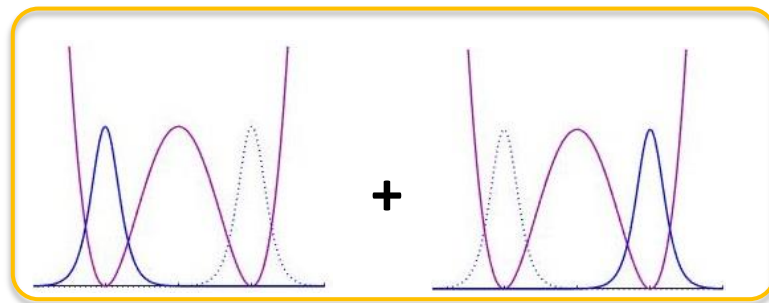
$$|N00N\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|N0\rangle + e^{-i\varphi_{sol}} |0N\rangle),$$

Relative phase

$$\varphi_{sol} = \arccos(-0.625\Lambda)$$

P – relative momentum of solitons;

δ – relative coordinate of solitons.



Propagation error for soliton parameters

Soliton phase $\varphi_{sol} \approx \frac{\pi}{2}N + 0.63N^3\Theta$

where $\Theta = \mathbf{u}^2/16\kappa$ is parameter that we can estimate

$$\Delta\Theta \propto \frac{1}{N^3}$$

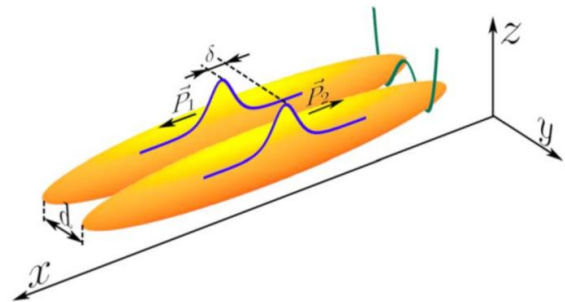
Phase difference of two interfering matter waves $\varphi = P\delta/\hbar$

Standard Quantum Limit for displacement measurement with $\Delta\varphi_{SQL} = 1/\sqrt{N}$

$$\Delta\delta_{SQL} = \frac{\hbar}{\sqrt{NP}}$$

Propagation error for solitons displacement

$$\Delta\delta \propto \frac{\Theta}{N^3P}$$



Спасибо за внимание!

Д.В. Царёв

dmitriy_93@mail.ru

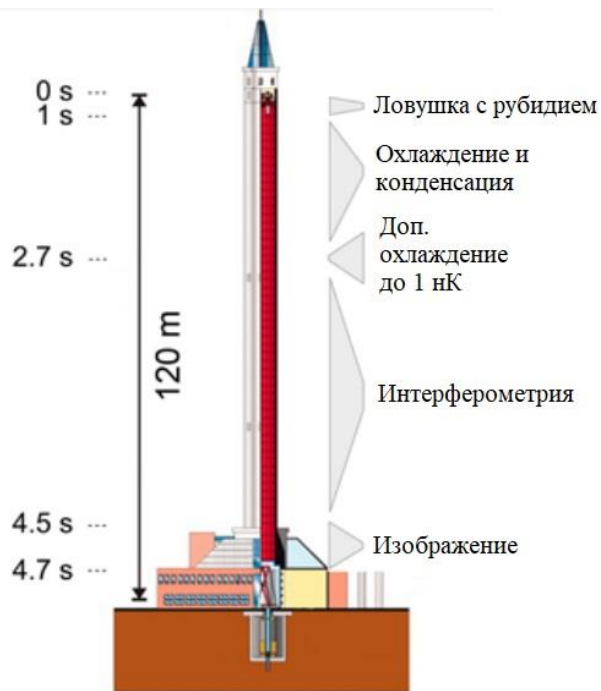
ITMO *re than a*
UNIVERSITY

Статьи:

- ✓ D.V. Tsarev , A.P. Alodjants, T.V. Ngo, Ray-Kuang Lee *Mesoscopic quantum superposition states of weakly-coupled matter-wave solitons* **New J. Phys.**, 22, 113016 (2020)
- ✓ Д.В. Царёв, Т.В. Нго, А.П. Алоджанц *Запутанные состояния материальных солитонов для квантовой метрологии* **Известия Российской Академии наук. Серия физическая**, 84, 332 (2020)
- ✓ D.V. Tsarev , T.V. Ngo, Ray-Kuang Lee, A.P. Alodjants *Nonlinear quantum metrology with moving matter-wave solitons* **New J. Phys.**, 21, 083041 (2019)
- ✓ D.V. Tsarev , S.M. Arakelian, You-Lin Chuang, Ray-Kuang Lee, A.P. Alodjants *Quantum metrology beyond Heisenberg limit with entangled matter wave solitons* **Optics Express**, 26, 19583 (2018)

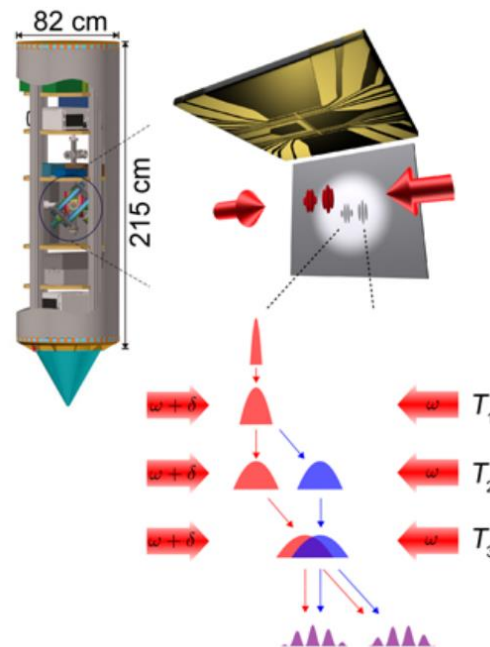
Просидинги:

- ✓ D.V. Tsarev , A.P. Alodjants, T.V. Ngo *Beating Heisenberg limit with moving matter-wave solitons* **Proceedings - International Conference Laser Optics (ICLO)**, 1 (2020)
- ✓ D.V. Tsarev, Ray-Kuang Lee, A.P. Alodjants *Quantum metrology beyond Heisenberg limit with entangled matter wave solitons* // **Proceedings - International Conference Laser Optics (ICLO)**, 328 (2018)



Интерферометрия – три импульса, эквивалентные движущимся брэгговским решёткам.

Интерферируя, атомные облака формируют макроскопические полосы аналогичные традиционной интерференционной картине.

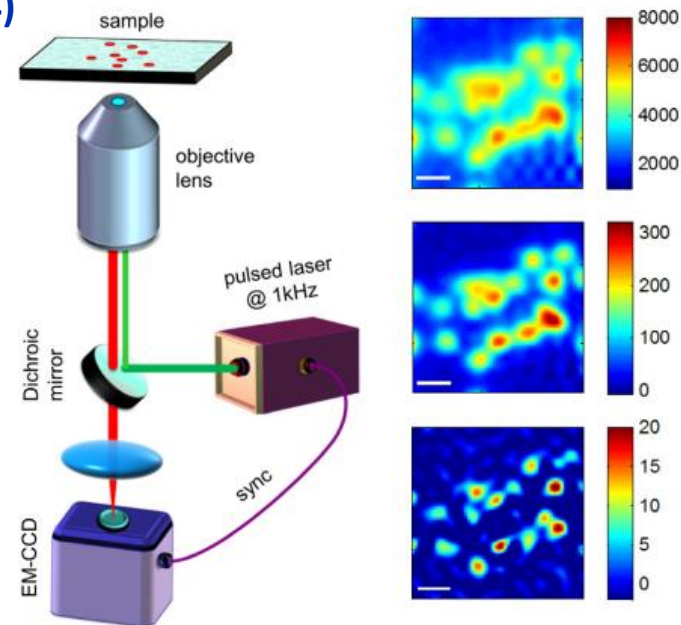
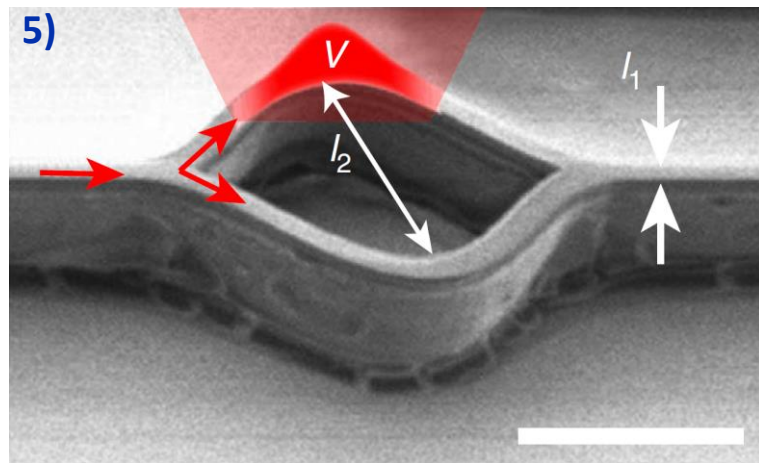


Возможно получать макроскопические квантовые состояния в масштабе миллиметров и секунд!

4) Точные измерения с малым числом частиц в 4)

биологии [M.A. Taylor, W.P. Bowen Physics Reports 615 (2016) 1–59]

5) Интерферометрия с квазичастицами (экситон поляритонами) [T.L.Gustavson, P.Bouyer and M.A.Kasevich, PRL, 78, No.11 (1997)].



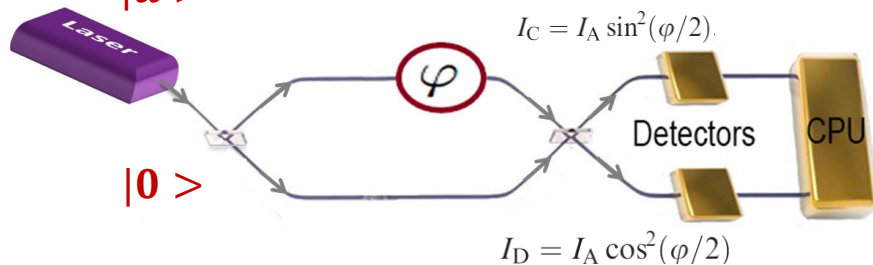
Белая полоса соответствует масштабу 20 мкм,

l_1 и l_2 – 3 и 25 мкм соответственно.

Интерферометр Маха-Цендера

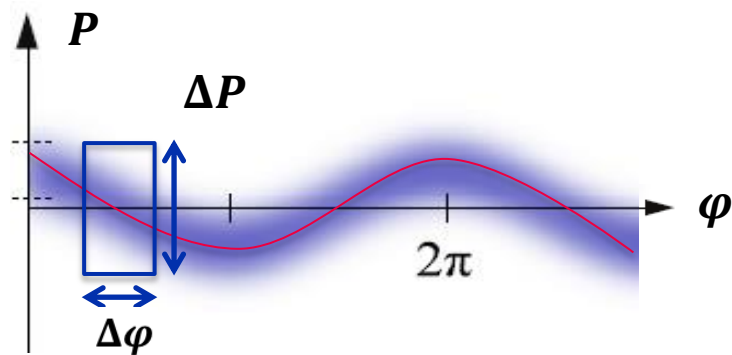
$|\alpha\rangle$

$|0\rangle$



$$I_C + I_D = I_A$$

$$P = I_D - I_C = I_A \cos[\varphi]$$



Неопределенность при измерении фазы:

Соотношение неопределенностей

$$\Delta \mathcal{E} \times \Delta t \geq \hbar$$



$$\hbar \omega \Delta N \times \frac{\Delta \phi}{\omega} \geq \hbar$$



$$\Delta \phi \geq \frac{1}{\Delta N} = \frac{1}{\sqrt{N}}$$

$$\Delta \phi = \frac{\Delta P}{|\partial P / \partial \varphi|} = \frac{\Delta P}{I_A |\sin(\varphi)|} = \frac{\Delta P}{I_A} \quad \text{For } \varphi = \frac{\pi}{2}$$

[Yurke B., McCall S. L., Klauder J. R. SU (2) and SU (1, 1) interferometers //Physical Review A. – 1986. – T. 33. – №. 6. – C. 4033.]

Стандартный квантовый предел (СКП)